

Influencia de interpoladores y modelos matemáticos de cálculo en la exactitud de volúmenes de tierra

Influence of interpolators and mathematical calculation models on the accuracy of land volumes

LONDOÑO-PINILLA, Dario F¹

GARZÓN-BARRERO, Julián²

JIMENEZ-CLEVES, Gonzalo³

Resumen

Este trabajo evaluó la influencia en la exactitud de volúmenes mediante dos elementos: interpoladores y algoritmo de cálculo. Se construyó un modelo icónico de base rectangular, con 914 puntos obtenidos con una máquina medidora por coordenadas. Para reconstruir los modelos se usaron cuatro métodos de interpolación: TIN, IDW, NN y KO, valorados utilizando la técnica de validación cruzada. La capacidad volumétrica de los modelos se calculó usando regla de Trapecio, Simpson y Simpson 3/8, validados mediante el volumen patrón del modelo icónico obtenido bajo el método gravimétrico. Aplicando ANOVA se determinó que la combinación con menor variación es TIN y Simpson.

Palabras clave: Métodos de interpolación, capacidad volumétrica, método gravimétrico, modelo digital de elevación.

Abstract

This work evaluated the influence on the accuracy of volumes through two elements: interpolators and calculation algorithm. An iconic rectangular base model was built, with 914 points obtained with a coordinate measuring machine. To reconstruct the models, four interpolation methods were used: TIN, IDW, NN and KO, assessed using the cross-validation technique. The volumetric capacity of the models was calculated using Trapezoidal Rule, Simpson and Simpson 3/8 ruler, validated using the standard volume of the iconic model obtained under the gravimetric method. Applying ANOVA, it was determined that the combination with the lowest variation is TIN and Simpson

Key words: Interpolation methods, volumetric capacity, gravimetric method, digital elevation model.

1. Introducción

Actualmente las empresas constructoras en Colombia se han visto inmersas en un mercado cada vez más competitivo enfrentándose a la reducción de costos y tiempos de operación, pero siempre apuntando a trabajos de calidad sin olvidar la responsabilidad empresarial, partiendo de contribuciones de las empresas para la

¹ Licenciado en Matemáticas. Docente Facultad de Ingeniería. Universidad del Quindío. Candidato a Magister en Ingeniería / énfasis ingeniería geomática. dflondono@uniquindio.edu.co

² Ingeniero de sistemas. Docente Facultad de Ingeniería. Universidad del Quindío. Estudiante Doctorado Ingeniería Geomática (Universidad Politécnica de Madrid). juliangarzonb@uniquindio.edu.co

³ Topógrafo. Magister en Ingeniería de Sistemas. Docente Facultad de Ingeniería. Universidad del Quindío. gicleves@uniquindio.edu.co

sociedad que según (Moura-Leite & Padgett, 2014) empezaron por iniciativa propia de sus dueños, de forma extremadamente paternalista, fundamentada en los principios cristianos, indicando que deben cumplir sus funciones y asumir sus responsabilidades sociales, que se extienden más allá de la obtención de beneficios económicos (Botero, 2009). Por esta razón, los costos y tiempos de ejecución de obras se minimizan con el uso de la tecnología, es el caso de la topografía, la cual cumple un importante rol, ya que a través de su evolución en las últimas dos décadas se han generado cambios no solo en la transformación del instrumento de la captura de datos, sino también, en nuevas técnicas de representación de la información ampliando el papel del topógrafo (Jiménez-Jiménez et al, 2017) donde las altas precisiones en el posicionamiento de puntos en tiempo real (RTK), han agilizado la toma de datos para su representación (Aykut, Güral, & Akpinar, 2015) (López et al, 2016).

De este modo la topografía tiene incidencia directa en la mayoría de las etapas de proyectos de infraestructura, que van desde la representación del terreno, pasando por el control de niveles de construcción, cálculo de movimiento de tierra, hasta las mediciones necesarias para su implantación y monitoreo, utilizando métodos topográficos tradicionales y otras técnicas complementarias como el DGPS (Marchamalo, Galán, Sánchez, & Martínez, 2011). Es así como las obras de desarrollo urbanístico y vial exigen control permanente, en especial los volúmenes de tierra que se producen —y que causan gran impacto en el renglón presupuestal— haciendo necesario un reporte semanal conducente al pago de excavaciones y transporte del material (Rojas, 1999), (V-Almazán, V-Almazán, 2008). Es así como la optimización de los movimientos de tierra en el contexto ambiental y desarrollo sostenible, consiste en producir el menor volumen generando la menor afectación del entorno y la mayor cantidad de área útil de acuerdo con las necesidades del proyecto y las condiciones de la superficie.

El movimiento de tierras puede llegar a ser uno de los capítulos con mayor afectación en el presupuesto del costo total de un proyecto de obra civil, esto implica que la geometría de la superficie topográfica a modificar sea un componente económico importante. Dadas las necesidades de los trabajos de ingeniería en aspectos de precisión, tiempo y coste, el cálculo volumétrico ha demostrado la importancia de determinar metodologías que cubiquen su magnitud de manera exacta. La exactitud en los movimientos de tierra es un punto importante para muchas aplicaciones de ingeniería como estudios de erosión, actividad minera y remoción de tierras en proyectos de construcción (El-Nokrashy, Ragab, & Kamal, 2011), (Camargo, Andrades, & Vidal, 2014), (Aceves et al, 2016). La mayoría de obras de infraestructura civil exigen modificaciones de la geometría del terreno en la implantación de sus proyectos, es el caso de los procesos urbanísticos que implican la estimación de sus cubicaciones en los volúmenes de tierra para refinar el control de costos y presupuestos del proceso constructivo, las diferencias en su estimación entre propietario y contratista a menudo causan problemas que terminan en procesos legales (Easa, 2003).

En Colombia a partir del año 2000 ha aumentado la construcción de carreteras debido a las exigencias por los planes de movilidad que son un eficiente complemento a los Planes de Ordenamiento Territorial implementados en nuestro país (García & Escobar, 2017), estos proyectos viales generan grandes movimientos de tierra, donde la topografía es la encargada de la modelación de formas del terreno y su cálculo volumétrico, para esto, el método más utilizado en carreteras es el de secciones transversales en el cual se aplican conceptos de cálculo integral y funciones discretas para la identificación de figuras simples que hagan práctica la obtención de las áreas totales en corte y lleno (Zaragoza, Alonso, & López, 2006), en ocasiones se adopta la regla de Trapecio, Simpson y Simpson 3/8 para calcular el volumen y obtener su valor promedio (Zhang, Li, Liu, & Fu, 2012), siendo la precisión de los cálculos proporcional a la calidad de representación del terreno y depende de la densidad de los puntos tridimensionales, su distribución y método de interpolación (Yakar, Yilmaz, & Mutluoglu, 2010) (Yilmaz & Yakar, 2008).

Los Modelos Digitales de Elevación (DEM por sus siglas en inglés) son usados para calcular volúmenes de corte y relleno en los movimientos de tierra con fines urbanísticos, pero, hay afectación en el modelo debido a las

complejas formas del terreno, y limitaciones en la captura de datos de campo, por otro lado, al no ser posible la recolección total de la información tridimensional de la superficie de estudio, es necesario recurrir a la selección de un algoritmo de interpolación que permita la creación de una superficie continua, y es en dicha elección que no existe un consenso generalizado, puesto que, con un mismo conjunto de datos de entrada y un par de interpoladores se obtendrán superficies con sutiles cambios visuales que afectan de manera significativa el resultado de las cubicaciones (Lloyd & Atkinson, 2006), (Zhang, Li, Liu, & Fu, 2012). Por otro lado, estudios de (Cheng & Jiang, 2013) en el cálculo de volumen artificial de tierra para obras de infraestructura vial, indican, que el método de cómputo volumétrico afecta claramente la elección del alineamiento, y costos en este tipo de infraestructura.

Según (Agüera, Aguilar, Aguilar, & Carvajal, 2006) las herramientas informáticas han modificado las metodologías de cálculo de los volúmenes a través de la comparación del DEM de la superficie topográfica antes y después de realizada la obra, encontrando diferencias asociadas a la interpolación. En la adecuación e implantación de los diferentes proyectos de ingeniería, donde se generan terraplenes y desmontes, los cálculos de volúmenes de tierra a mover y la optimización de este, pasan a ser factores que conllevan a considerables efectos económicos en los presupuestos, pero, aun así, es usual escuchar en las obras de construcción que el cálculo del volumen final no es exacto, este es un problema de vieja data en el ámbito topográfico ¿pero, será esto cierto? ¿Acaso los modelos matemáticos para su cálculo no son lo suficientemente rigurosos? o tal vez, ¿no se está usando un algoritmo de interpolación lo suficientemente confiable para representar las formas de la superficie con la fidelidad necesaria para mejorar la exactitud en el cálculo? Con el ánimo de contribuir al conocimiento en el cálculo de volúmenes artificiales de movimientos de tierra, se hace necesario identificar un algoritmo de interpolación que genere la menor distorsión altimétrica posible en la representación de las formas naturales, y que, combinado con un modelo volumétrico matemático para su estimación, produzcan los mejores resultados.

De acuerdo con (Morillo et al, 2002) la calidad de los DEM se puede considerar dependiente de una serie de parámetros implicados en su generación, que van desde las características orográficas de la zona, las técnicas de captura de datos fuente, hasta el método de interpolación; de esta forma la complejidad de los rasgos topográficos puede ser descrita y caracterizada por diferentes parámetros numéricos que se derivan del análisis de vecindad o adyacencia en un DEM (Garzón, Jiménez, & Hernández, 2017). Muchos usuarios eligen el algoritmo de interpolación más por una apariencia visual que por conocimiento de las limitaciones que ellos presentan, según (Graham et al, 2020) la influencia del método de interpolación mejora potencialmente los resultados del modelado, estos efectos pueden causar desviaciones altimétricas que ocasionan análisis espaciales erróneos (Quesada & Marsik, 2012).

Hoy el problema no es obtener el DEM ya que cada vez su disponibilidad y uso es más amplio al igual que la gama de aplicaciones, el problema es estudiar la manera de medir su calidad, lo cual se ha convertido en un asunto de creciente interés (Fisher & Tate, 2006), (Pérez & Mas, 2009), (Paredes, Salinas, Martínez, & Jiménez, 2013), (Strößenreuther, Horwath, & Schröder, 2020), donde el error se conoce como la desviación altimétrica del modelo con respecto a la superficie real (Márquez, 2004), (Wise, 2011), muchos trabajos sobre los errores en la creación de los DEM muestran tendencias a centrarse en la precisión métrica de los valores de elevación; una práctica normal en este entorno es comparar una muestra de elevaciones desde el DEM con una muestra de elevaciones medidas a un mayor nivel de veracidad (Weibel & Heller, 1991), según (Alcaras, Parente, & Vallario, 2019) se deben definir dos conjuntos de muestras la primera para generar el modelo y la segunda para su validación.

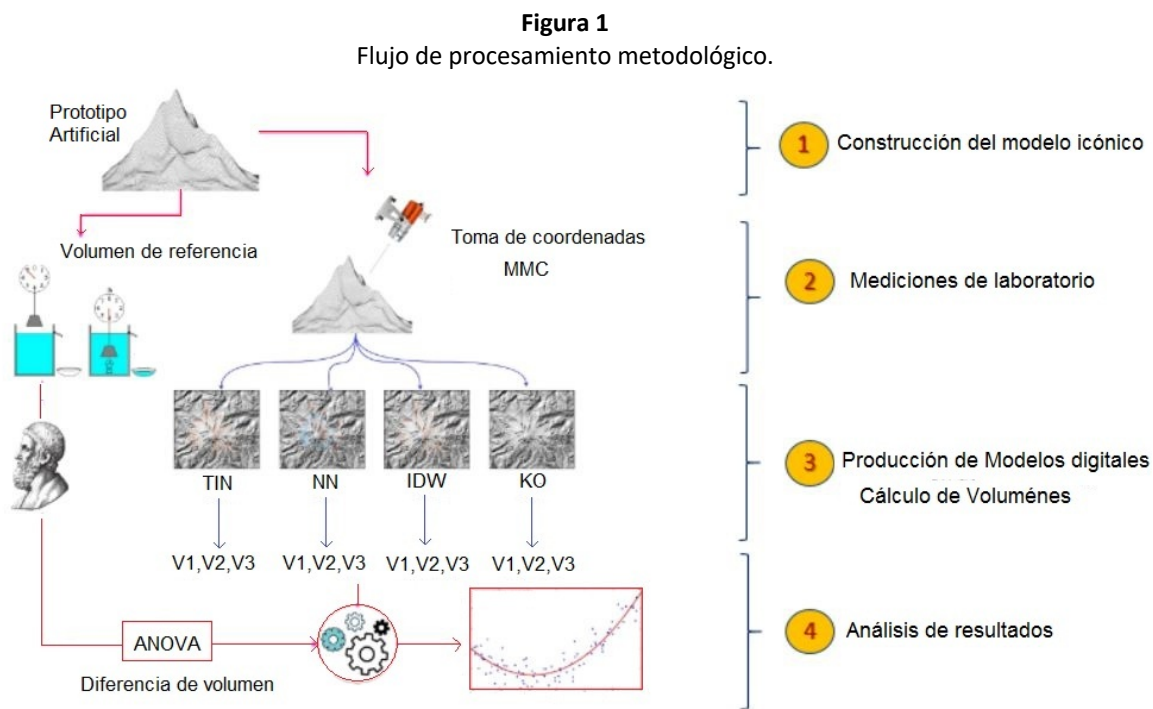
De esta forma, la ingeniería como ente transformador de conocimiento se convierte en un instrumento útil para hallar soluciones inteligentes y viables, con el ánimo de contribuir al desarrollo de proyectos de planificación urbana sostenibles, que obedezcan a criterios de preservación ambiental en la región, se presenta este trabajo

como un aporte significativo al proceso de cubicación de los movimientos artificiales de tierra, definiendo el algoritmo de menor distorsión altimétrica y el modelo de cálculo volumétrico que mejor se ajuste a las condiciones superficiales. Se plantea un desarrollo experimental que permita, en función de la construcción de un modelo icónico a escala — *simulación de una superficie topográfica natural*— obtener sus elevaciones usando una Máquina Medidora por Coordenadas (MCC) para modelar digitalmente su superficie aplicando diferentes algoritmos de interpolación: Red de Triángulos Irregulares (TIN), Ponderación Inverso a la Distancia (IDW), Vecino más Cercano (NN) y Kriging Ordinario (KO), bajo el software: Surfer 12.0 con los cuales se calcularon los volúmenes mediante tres modelos matemáticos: Regla de Simpson, Regla de Trapecio y Regla de Simpson 3/8, estos volúmenes fueron contrastados con un volumen de referencia, el cual fue medido a partir del método gravimétrico.

Donde, el error altimétrico de los DEM se midió mediante el error medio cuadrático (EMC) hallado a través de la técnica de Validación Cruzada. Este modelo experimental permitió definir el mejor algoritmo de interpolación para la representación de la superficie topográfica sin comprometer su calidad altimétrica, así como el modelo de cálculo de volumen para proponer una solución a este antiguo problema topográfico. Finalmente, a través de la técnica ANOVA, se determinó que el método de interpolación y el modelo de cálculo de volumen si tiene influencia significativa sobre el volumen calculado, además de encontrar que la combinación de TIN y el modelo de cálculo volumétrico regla de Simpson produjeron los resultados más cercanos al patrón de comparación.

2. Metodología

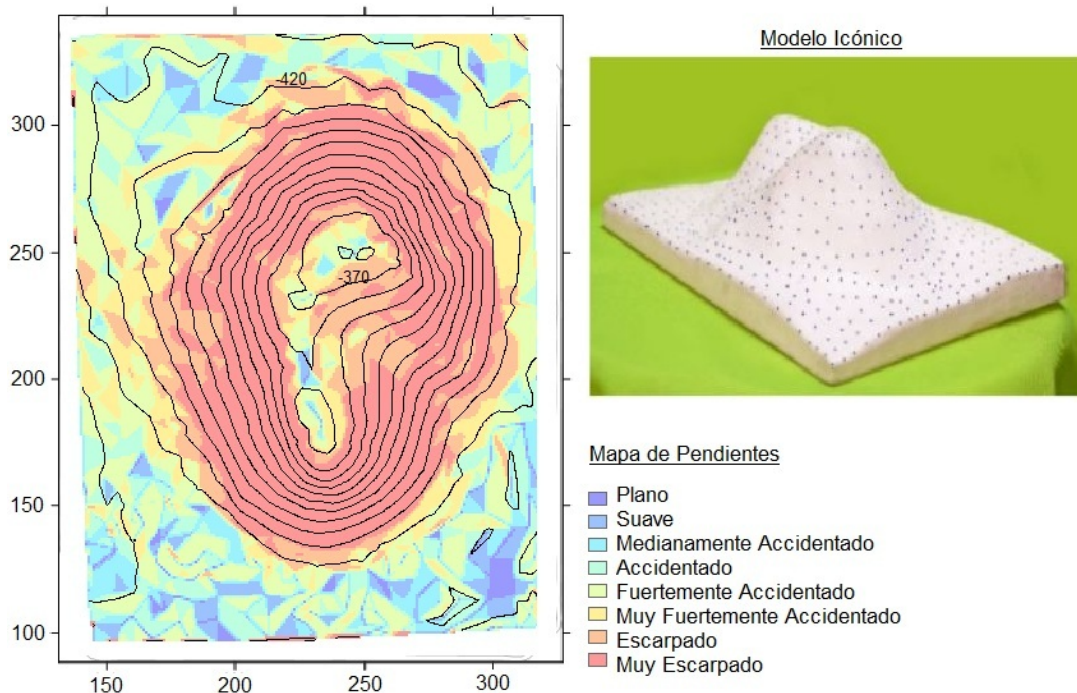
En la búsqueda de un aporte significativo a los estudios de movimientos de tierra y de sistematizar los conocimientos, se establece un método de carácter deductivo a través de la implementación de un procedimiento experimental definido por cuatro fases: construcción del modelo icónico, mediciones en laboratorio, producción de modelos digitales y análisis de resultados como se observa en la *Figura 1*.



2.1. Construcción del modelo icónico

Se construyó un modelo icónico (prototipo artificial) tridimensional a escala en material impermeable, con una superficie similar a rasgos topográficos encontrados en terrenos reales, habituales de la región cafetera en Colombia, con diferentes pendientes entre planas y muy escarpadas. Su construcción se emplaza planimétricamente en una base plana de 19 cm x 25 cm y su altimetría tiene formas cambiantes en un rango de 8 cm a 20 cm, se marcan 914 puntos espacialmente cubriendo toda la superficie del modelo icónico, siguiendo el método de puntos destacados (nube de puntos), ubicados donde se identifican discontinuidades del relieve, como las redes de drenaje (colectoras), líneas de rotura en cambios bruscos de pendiente como se ve en la *Figura 2*. Cada punto tiene un área de influencia promedio de 60 mm², ubicados a diferentes espacios como generalmente se haría en un estudio topográfico convencional donde se encuentran puntos de difícil acceso.

Figura 2
Mapa de pendientes - Modelo icónico



Fuente: Elaboración propia

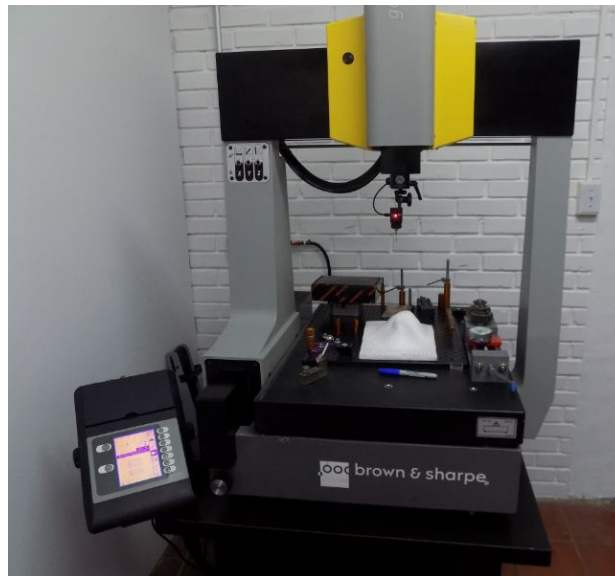
2.2. Mediciones en laboratorio

Fuente de captura del dato altimétrico para la representación del relieve

La captura de datos (X, Y, Z) de los 914 puntos marcados en el prototipo artificial se realizó de manera directa por medio de una Máquina Medidora por Coordenadas (MMC) de marca Brown & Sharpe modelo (gage 2000) ver la *Figura 3*, esta máquina logra la caracterización geométrica de objetos mediante sensores usando una sonda a lo largo de tres ejes, ortogonales entre sí, generando un sistema cartesiano de coordenadas tridimensional. Cada eje tiene un sensor que monitorea la posición de la sonda. La resolución del instrumento es de 0,0001 mm controlada manualmente por un operador. Finalmente se produce un archivo plano de los puntos tridimensionales marcados en el modelo icónico, los cuales siguen sus rasgos topográficos. Esta máquina se encuentra instalada en el laboratorio de metrología dimensional de la Universidad Tecnológica de Pereira (Colombia), este laboratorio ofrece servicios de extensión en lo relacionado con proyectos en el área de la metrología dimensional.

Figura 3

Toma de datos del modelo icónico con la MMC.



Fuente: Elaboración propia. MMC Brown & Sharpe modelo (gage 2000) tomada en Laboratorio de Metrología UTP (2019)

Según (Márquez, 2004) en el proceso de construcción de un DEM la selección de la fuente de información es fundamental, ya que de esta dependen en gran medida la calidad de los modelos y su finalidad de uso, convirtiendo la captura en una compleja tarea ya que existen diversas maneras de obtener los datos a diferentes costos, exactitud, cobertura, densidad y distribución espacial. La elección puede realizarse en función de la escala del trabajo, o según su objetivo (Petrie & Kennie, 1987). En cualquier caso, la manera de tomar los datos afecta la calidad del DEM, siendo muy importantes las discontinuidades de la *superficie*, teniendo en cuenta que no por tomar gran cantidad de información, necesariamente se generara un mejor DEM.

La captura de datos puede ser directa o indirecta, la directa es realizada sobre el terreno, que lleva a una forma individualizada de captura, es decir, punto a punto, para esto se utiliza GNSS y estudios topográficos convencionales mediante estaciones topográficas, o también de forma masiva mediante restitución fotogramétrica, por otro lado, la captura indirecta tiene lugar a partir de cartografía impresa, mediante proceso de digitalización, en la transformación de datos análogos a digitales, el tratamiento al componente espacial se ha estandarizado a través de dos estructuras de datos, vectorial y ráster, donde el primero centra su interés en las entidades y su posicionamiento sobre el espacio, para modelar dichas entidades del mundo real, se utilizan tres tipos de objetos espaciales: puntos, líneas y polígonos. El segundo, subdivide el área de estudio en una red regular de unidades diferenciadas, de igual tamaño y forma (celdas o píxeles) para representar una parte definida del espacio o fenómeno geográfico. Este es el modelo de uso más común debido a la simplicidad de su estructura (la posición y topología son implícitas) y computacionalmente demuestra mayor eficiencia.

Medición del volumen del modelo icónico

Para calcular el volumen del modelo icónico se utilizó el método gravimétrico a través de la *Ecuación (1)*, que consiste en pesar la masa de agua que contiene un instrumento utilizado para medir capacidad con respecto a su densidad, su principio básico consiste en hallar la diferencia de masa cuando el recipiente está sin líquido y cuando esta con líquido (Cordoba, 2014), se repitió la medición 14 veces utilizando agua destilada bajo condiciones de humedad relativa, presión atmosférica y temperatura de líquidos controladas.

$$V_o = (I_{LL} - I_V) \cdot \left(1 - \frac{\rho_A}{\rho_B}\right) \cdot \left(\frac{1}{\rho_W - \rho_A}\right) \cdot (1 - \gamma \cdot (t_d - t_o)) \quad (1)$$

Donde: V_o es el volumen a temperatura de referencia en ml, I_{LL} es la indicación de la masa del recipiente lleno, I_V es la indicación de la masa del recipiente vacío, ρ_A es la densidad del aire a las condiciones ambientales del laboratorio en g/cm^3 , ρ_W es densidad del agua usada en g/cm^3 , ρ_B es la densidad de las pesas ($8g/cm^3$), t_d es la temperatura del agua medida durante la calibración en $^{\circ}C$, γ es el coeficiente cubico de expansión térmica del material del instrumento $^{\circ}C^{-1}$, y t_o es temperatura de referencia del aparato volumétrico en $^{\circ}C$.

2.3. Producción de modelos

Modelos Digitales de Elevación

Obtener la elevación de forma continua y precisa en cualquier parte de la superficie del terreno, implica realizar mediciones en toda su extensión, lo cual se hace imposible con los métodos de captura existentes, por tanto, es necesaria la transformación de una variable discreta (el punto) a una función de tipo continuo (la superficie). La interpolación es el mecanismo que permite estimar la elevación en zonas donde no se han capturado datos altimétricos, se basa en el principio de autocorrelación espacial, el cual mide el grado de relación o dependencia entre las elevaciones cercanas y las distantes (Garzón, Jiménez, & Hernández, 2017).

En el contexto de los DEM la interpolación juega un rol fundamental para determinar la elevación de las celdas en que se subdivide el espacio, se usa para encontrar el valor en dicho punto debido a que raramente se coincide el centro geométrico con algún valor discreto muestreado. En términos de representación de superficies la estructura de tipo ráster se considera funcional puesto que para cualquier posición (x, y) es almacenado solo un valor de z, como lo plantea (Hu, 2003), para aprovechar al máximo la resolución de los datos, cada celda de la cuadrícula contiene el promedio del valor de la variable de estudio, en este caso el tamaño de celda se calculó con la Ecuación (2).

$$S = \sqrt{\frac{A}{n}} \quad (2)$$

Donde: S es el tamaño de celda, A es el área de estudio y n es el número de datos.

Según (Hengl, 2006) la retícula puede estar relacionada con la disposición geométrica de los puntos a causa del patrón de tendencia espacial, por lo cual, el espaciamiento de puntos promedio entre datos muestrales identifica el tamaño de celda efectivo. Para (Márquez, 2004) la elección del tamaño de celda es una decisión fundamental, su importancia radica en la pérdida de confiabilidad en la representación de la realidad, y en las consecuencias que puede tener para variables derivadas del DEM, como su capacidad volumétrica.

Los métodos de interpolación utilizados en este proyecto: TIN, NN, IDW y KO son basados en el concepto de autocorrelación espacial, tres de ellos determinísticos y uno probabilístico, estos se seleccionaron por ser interpoladores de tipo local, usados actualmente por la capacidad de evaluar la variación de la elevación a distancias cortas utilizando la información de los vecinos más próximos, otra característica importante es la baja exigencia computacional en procesamiento de datos.

TIN genera triángulos que maximizan la relación área/perímetro. El conjunto de todos los triángulos forma un objeto geométrico, utilizado como método para representar DEMs y cálculo de volúmenes por la mayoría de software específicos. NN, es un método de interpolación multivariante en una o más dimensiones, su algoritmo selecciona el valor del punto más cercano y no tiene en cuenta los valores de los puntos vecinos, ideal para puntos con poca área de cobertura. IDW ha demostrado generar resultados confiables para conjuntos de datos

de alta densidad con distribución espacial regular (Childs, 2004), el modelo sugiere que el resultado predicho reduce su incidencia en la medida en que aumenta la separación entre puntos, mediante el peso asignado, para este trabajo se utilizó $w=2$.

KO es usado porque utiliza el radio de búsqueda de los vecinos a partir de la variación entre los datos de elevación en función de la distancia (semivariograma), provee estimaciones insesgadas, además presenta la gran ventaja de minimizar la varianza del error de predicción (Giraldo, Delicado, & Mateu, 2011). Este método geoestadístico es el de mayor uso dentro del tipo de interpoladores probabilísticos que se fundamenta bajo el concepto de variable aleatoria regionalizada. Al generar los modelos con el mismo tamaño de celda y la misma distribución espacial de los puntos, el error esperado por cada interpolador estará referido solo al modelo matemático del mismo, el cual afecta la estimación del volumen (Camargo, Andrades, & Vidal, 2014).

Método de validación de los modelos digitales

La información obtenida de un modelo digital siempre será imprecisa debido a su proceso de simplificación implícito en su definición, por lo cual es fundamental determinar esta incertidumbre acerca de la medida. Para determinar el error en cada modelo producido, se utilizó la técnica de validación cruzada, que consiste en eliminar de un raster temporalmente valores de elevación, ejecutar el algoritmo de interpolación y estimar los valores interpolados en las posiciones de retiro temporal, el error se calculó comparando el valor estimado con el real (Garzón, 2013)

Métodos para el cálculo del volumen

Luego de generar los DEM, se realizó el cálculo del volumen de cada superficie generada con el software Surfer 12, se utilizaron tres modelos matemáticos: las reglas de Trapecio, Simpson y Simpson 3/8, señaladas en las Ecuaciones (3), (4) y (5).

$$\text{Volumen} \approx \frac{\Delta y}{2} [A_1 + 2A_2 + 2A_3 + \dots + 2A_{n-1} + A_n] \quad (3)$$

$$\text{Volumen} \approx \frac{\Delta y}{3} [A_1 + 4A_2 + 2A_3 + \dots + 4A_{n-1} + A_n] \quad (4)$$

$$\text{Volumen} \approx \frac{3\Delta y}{8} [A_1 + 3A_2 + 3A_3 + 2A_4 + \dots + 3A_{n-1} + A_n] \quad (5)$$

Donde: (Δy) representa el espaciado entre filas de la cuadrícula y (A) es el área correspondiente a cada columna.

3. Resultados y discusión

Por medio de las 14 mediciones en laboratorio y bajo condiciones controladas se obtuvieron los resultados de los volúmenes del modelo icónico referidos en la Tabla 1.

Tabla 1
Variables ambientales y resultados

Medición	Temperatura agua (°C)	Temperatura aire (°C)	Humedad relativa (%)	Presión atmosférica (hPa)	Volumen(cm ³)
1	23,7	24,5	76,0	879,9	1359,536
2	23,8	24,5	81,2	883,7	1359,271
3	23,1	24,6	79,5	883,6	1359,771
4	23,2	24,6	77,9	883,5	1359,617
5	23,2	24,7	78,5	883,5	1359,538
6	23,4	25,1	78,8	883,4	1359,516
7	23,3	24,9	77,1	883,4	1359,183
8	23,5	25,1	76,4	883,4	1359,746
9	23,3	25,2	76,6	883,3	1359,961
10	23,4	25,2	79,9	883,2	1359,683
11	23,9	25,4	76,9	883,0	1359,894
12	23,8	25,4	76,0	882,9	1359,336
13	23,8	25,5	76,1	882,9	1359,158
14	23,8	25,5	75,5	883,0	1359,129

Fuente: Elaboración propia

El volumen de referencia, es la media obtenida de las 14 observaciones.

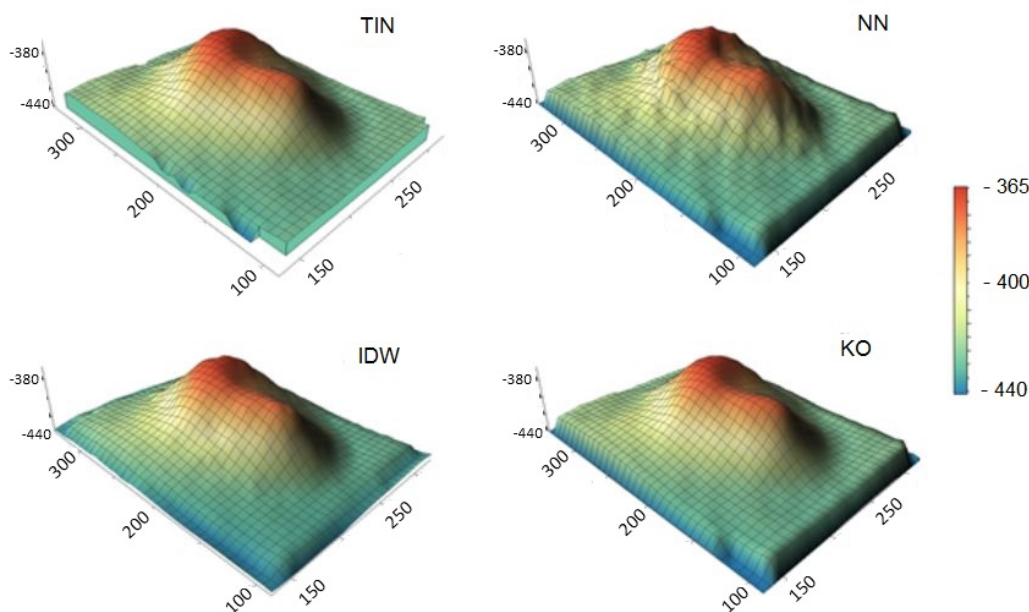
Tabla 2
Estadística descriptiva de la variable volumen.

Volumen	
Media	1359,524
Error típico	0,073
Mediana	1359,537
Desviación estándar	0,274
Varianza de la muestra	0,075
Curtosis	-1,176
Coefficiente de asimetría	-0,039
Rango	0,831
Mínimo	1359,129
Máximo	1359,961
Suma	19033,339
Cuenta	14

Fuente: Elaboración propia

Como se interpreta de la *Tabla 2*, no existe simetría de los datos dado que la media, mediana y moda no son coincidentes en sus valores, como el valor de mediana se ubican a la derecha de la media, se asume que esta distribución posee una asimetría negativa —*es decir, abundan los datos pequeños*— aunque la simetría o falta de ella no garantiza la normalidad, sí lo es un coeficiente de apuntamiento cercano a cero o de tipo mesocúrtico, en este caso aunque la variable de estudio presenta una distribución platicúrtica, la prueba Shapiro-Wilk indica que los datos obtenidos obedecen a una distribución normal. Se generaron los diferentes DEM interpolados por los algoritmos señalados en la *Figura 4*, creados con tamaño de celda de 7,37 mm resultado de aplicar la *Ecuación 2*. En el caso de KO se evaluaron los diferentes modelos de semivariograma y se obtuvo el lineal como el de mejor ajuste.

Figura 4
Modelos digitales de elevación realizados por diferentes interpoladores.



Fuente: Elaboración propia

Se procesó cada algoritmo de interpolación con los tres métodos de cálculo volumétrico, tomando el 100%, 75%, 50% de los puntos y se obtuvieron los resultados de la *Tabla 3*.

Tabla 3
Volúmenes calculados por diferentes modelos matemáticos.

Método de interpolación	Método de cálculo volumétrico	Volumen calculado (cm ³) 100% de los puntos	Volumen calculado (cm ³) 75% de los puntos	Volumen calculado (cm ³) 50% de los puntos
IDW	Regla de Trapecio	1368,309	1365,286	1361,083
IDW	Regla de Simpson	1370,231	1365,735	1361,458
IDW	Regla de Simpson 3/8	1368,765	1364,244	1359,158
KO	Regla de Trapecio	1364,962	1362,994	1365,409
KO	Regla de Simpson	1371,159	1373,392	1376,346
KO	Regla de Simpson 3/8	1377,147	1375,917	1378,501
TIN	Regla de Trapecio	1352,331	1347,476	1345,562
TIN	Regla de Simpson	1358,962	1358,258	1356,139
TIN	Regla de Simpson 3/8	1364,691	1358,379	1355,471
NN	Regla de Trapecio	1352,691	1350,719	1354,111
NN	Regla de Simpson	1358,326	1362,598	1365,472
NN	Regla de Simpson 3/8	1364,343	1362,830	1365,459

Fuente: Elaboración propia.

La *Figura 5* muestra el resultado de la Validación Cruzada sobre los DEM evaluados señalando, que KO y TIN obtuvieron los menores errores.

Figura 5
EMC diferentes interpoladores



Fuente: Elaboración propia

Con los resultados obtenidos se conformó una matriz *Tabla 4*, para realizar el modelo ANOVA de dos factores, a fin de establecer si existe o no un efecto estadísticamente significativo entre el método de cálculo volumétrico, el método de interpolación y la diferencia de volumen.

Tabla 4
Matriz de datos ANOVA de dos factores.

Método de interpolación	Método de Cálculo volumétrico	Volumen Calculado (cm ³)	Diferencia de Volumen (cm ³)	Tasa de aproximación %	EMC (mm)
IDW	Regla de Trapecio	1368,309	8,785	99,360	5,719
IDW	Regla de Simpson	1370,231	10,707	99,220	5,719
IDW	Regla de Simpson 3/8	1368,765	9,241	99,320	5,719
KO	Regla de Trapecio	1364,962	5,438	99,600	5,633
KO	Regla de Simpson	1371,159	11,635	99,150	5,633
KO	Regla de Simpson 3/8	1377,147	17,623	98,720	5,633
TIN	Regla de Trapecio	1352,331	-7,193	99,470	5,199
TIN	Regla de Simpson	1358,962	-0,562	99,960	5,199
TIN	Regla de Simpson 3/8	1364,691	5,167	99,620	5,199
NN	Regla de Trapecio	1352,691	-6,833	99,500	6,238
NN	Regla de Simpson	1358,326	-1,198	99,910	6,238
NN	Regla de Simpson 3/8	1364,343	4,819	99,650	6,238

Fuente: Elaboración propia.

La *Tabla 5* ANOVA indica que el método de cálculo volumétrico y el modelo de interpolación tienen un efecto estadísticamente significativo sobre la diferencia de volumen (cm³) mediante la prueba de suma de cuadrados Tipo III. Los valores-P prueban la significancia estadística de cada uno de los factores.

Tabla 5
Análisis de Varianza para Diferencia de Volumen (cm³) - Suma de Cuadrados Tipo III.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
EFECTOS PRINCIPALES					
A: Método de Cálculo Volumétrico	168,637	2	84,318	9,72	0,0131
B: Método de Interpolación	405,379	3	135,126	15,58	0,0031
RESIDUOS	52,054	6	8,676		
TOTAL (CORREGIDO)	626,070	11			

Todas las razones-F se basan en el cuadrado medio del error residual
Fuente: Elaboración propia

La *Tabla 6* indica que al comparar simultáneamente la diferencia de medias del método de cálculo volumétrico mediante la prueba de Tukey esta es significativa para un par de medias, con una significancia de 0,05, el cual se marca con un * en la *Tabla 6*. Así mismo, se detectó homogeneidad en los grupos [Regla de Simpson - Regla de Simpson 3/8] y [Regla de Trapecio – Regla de Simpson].

Tabla 6
Pruebas de Múltiple Rangos para Diferencia de Volumen (cm³) por Método de Cálculo Volumétrico.
Método: 95.0 porcentaje Tukey
HSD

Contraste	Sig,	Diferencia	+/- Límites
Regla de Simpson - Regla de Simpson 3/8		4,067	5,0963
Regla de Simpson 3/8 - Regla de Trapecio	*	9,163	5,0963
Regla de Trapecio - Regla de Simpson		5,096	5,0963

* indica una diferencia significativa
Fuente: Elaboración propia.

La *Tabla 7* indica que existen diferencias significativas entre cuatro pares de medias marcadas con un * en la *Tabla 7*. Así mismo, se detectó homogeneidad en los grupos [NN – TIN] y [IDW – KO].

Tabla 7
Pruebas de Múltiple Rangos para Diferencia de Volumen (cm³) por Método de Interpolación.
Método: 95.0 porcentaje Tukey HSD

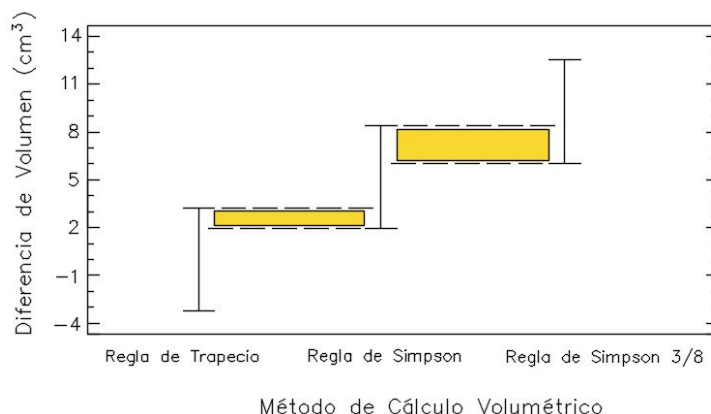
Contraste	Sig,	Diferencia	+/- Límites
IDW - KO		-1,988	8,2977
IDW - NN	*	10,648	8,2977
IDW - TIN	*	10,44	8,2977
KO - NN	*	12,636	8,2977
KO - TIN	*	12,428	8,2977
NN - TIN		-0,208	8,2977

* indica una diferencia significativa
Fuente: Elaboración propia.

En las *Figuras 6 y 7* se representa gráficamente lo expuesto en las *Tablas 6 y 7*, el área de traslapo entre las gráficas indica homogeneidad entre las muestras.

Figura 6

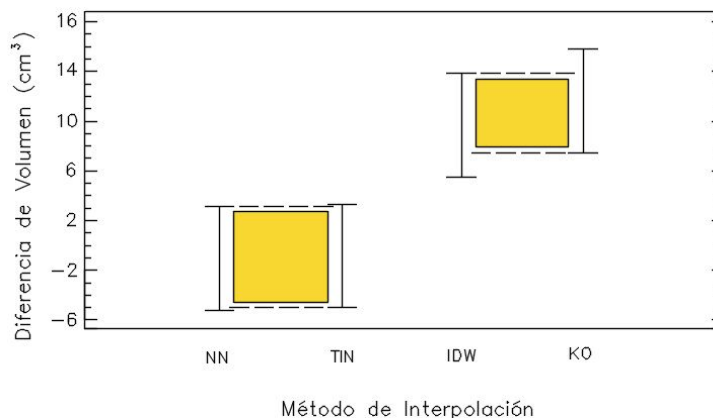
Gráfica de medias para Diferencia de Volumen (cm³) por Método de Cálculo Volumétrico.



Fuente: Elaboración propia

Figura 7

Gráfica de medias para Diferencia de Volumen (cm³) por Método de Interpolación.



Fuente: Elaboración propia

La diferencia de volumen hallada a partir de los diferentes DEM muestra que los factores: método de cálculo volumétrico y método de interpolación tienen un efecto estadísticamente significativo sobre su valor, además, el cálculo del EMC mostró que tiene un fuerte vínculo con el método de interpolación indistintamente de su naturaleza determinística o probabilística. Asociando el resultado del volumen con el algoritmo de interpolación, la regla de Trapecio sugiere que el mejor de los cuatro métodos de interpolación es KO, siendo coincidente con hallazgos de (Yilmaz, 2007) quien evaluó la diferencia de volumen generada por 12 interpoladores, utilizando como referencia el volumen de un objeto artificial de superficie uniforme.

Lo anterior no sucedió con la regla de Simpson y Simpson 3/8, donde KO se mostró como el interpolador con más diferencia respecto al volumen patrón. La regla de Simpson 3/8 generó menor diferencia de volumen utilizando el interpolador NN, igualmente se evidenció que TIN es el interpolador de menor diferencia volumétrica al utilizar la regla de Simpson.

En este sentido, existe una diferencia estadísticamente significativa entre los métodos de cálculo volumétrico regla de Simpson y regla de Trapecio, igualmente los resultados señalaron que no existió diferencia significativa

entre los métodos de interpolación IDW/KO y NN/TIN en términos del cálculo volumétrico. Una de las ventajas de la metodología aplicada en este trabajo, sobre otras que usan medias de los errores para definir un volumen de referencia, fue la creación de un modelo icónico con superficie similar a rasgos topográficos encontrados en terrenos reales. De igual forma, la captura del dato realizada con la MMC cuenta con una resolución fina suficiente para cubrir la densidad de los puntos del modelo, simulando un estudio topográfico convencional. Se trabajo con métodos de interpolación utilizados por la mayoría de software convencionales.

Se realiza el mismo procedimiento, pero seleccionando aleatoriamente un 75% y 50% de los puntos tomados en el laboratorio de metrología, para determinar qué diferencias existen entre los métodos de interpolación y reglas de cálculo volumétrico de acuerdo al número de puntos utilizados para generar los modelos. Tomando un 75% de los puntos se obtuvo que la menor variación con respecto al volumen inicial calculado con el 100% de los puntos la presentó TIN-Regla de Simpson con un 0.052% de disminución y la mayor variación fue presentado por TIN-Regla de Simpson 3/8 con una disminución de 0.463%, siendo esta la mejor dupla con una diferencia de -1.145 cm³ con respecto al volumen patrón, se evidencia que el EMC aumenta en todos los casos un promedio de 13.01%. El valor del volumen aumenta con los métodos KO y NN al utilizar la regla de Simpson, con las demás reglas y métodos se evidencia una disminución en este valor.

Tomando aleatoriamente un 50% de los puntos se obtuvo que la menor variación con respecto al volumen inicial calculado con el 100% de los puntos la presentó KO-Regla de Trapecio con un 0.033% de aumento y la mayor variación fue presentado por IDW-Regla de Simpson 3/8 con una disminución de 0.702%, siendo esta la mejor dupla con una diferencia de -0.366 cm³ con respecto al volumen patrón, pero el EMC aumenta en todos los casos un promedio de 34.68%. El valor del volumen aumenta con los métodos KO y NN al utilizar todas las reglas de cálculo volumétrico, con los métodos IDW y TIN se evidencia una disminución en este valor.

Por otro lado, de los cuatro interpoladores estudiados, los métodos de interpolación que presentaron mayor error en la representación altimétrica fue NN y IDW, esto coincide con los hallazgos de (Yilmaz, 2007) quien además señaló en su estudio que el interpolador con mayor error en representación altimétrica fue IDW, incluso mayor que el error generado por KO, lo cual no coincide con (Paredes, Salinas, Martínez, & Jiménez, 2013) por diferencias metodológicas, ya que utilizó en su trabajo KO interpolando con el doble de vecinos que los utilizados por IDW aumentando el efecto suavizante del método, a diferencia que en este trabajo se utilizó la misma cantidad de vecinos para los dos métodos. Una vez desarrollada la propuesta metodológica se puede indicar que, en términos de exactitud de los volúmenes de tierra, TIN es el interpolador más exacto cuando se asocia al método de cálculo de volumen regla de Simpson.

4. Conclusiones

Con los argumentos expuestos en la sección de resultados y discusión, se puede evidenciar que la elección del método de interpolación en la generación de los DEM y el método de cálculo volumétrico, sí tienen influencia significativa sobre la exactitud en los volúmenes de tierra, en este caso el menor EMC nos indica el mejor modelo generado, pero no el volumen más exacto de acuerdo a la regla de cálculo volumétrico seleccionada. Además, se debe tener en cuenta que las diferencias entre los interpoladores se deben en gran medida con las formas presentadas en el modelo icónico, el cual no posee ni agujeros ni cambios artificiales como canales o carreteras. En consecuencia, con los valores obtenidos del volumen bajo el método gravimétrico, se detectó una variabilidad estadísticamente confiable para su utilización como referencia.

La elección de la regla de cálculo es fundamental, en este caso TIN fue el interpolador de menor EMC, pero, su diferencia de volumen no fue la mejor para dos de las reglas de cálculo volumétrico, por lo tanto, se evidencia que la regla de cálculo volumétrico tiene gran influencia al momento de elegir el método de interpolación para generar los DEM utilizados para el cálculo de volúmenes.

En términos del número de puntos que interviene en la construcción de los DEM se evidencia un aumento en el EMC a medida que disminuye la cantidad de puntos encontrado una relación inversa. Igualmente se determina que el volumen calculado con DEM generados con el 75% y 50%, en el 66.67% de los valores disminuye, hasta un 0.702%, es el caso de utilizar IDW-Regla de Simpson 3/8, lo cual hace que el volumen se aproxime más al volumen patrón, pero al aumentar el EMC no es recomendable tomar este valor como el volumen más exacto.

En cuanto a la estimación del volumen de los DEM y aplicando la técnica de ANOVA se concluye que la combinación entre el interpolador *TIN* y la regla de cálculo volumétrico *de Simpson* produjo las menores variaciones frente al volumen del modelo patrón. Para finalizar no es recomendable utilizar los interpoladores IDW y KO para formas topográficas similares a las encontradas en este estudio, ya que son interpoladores con EMC superiores y las diferencias de volumen no fueron las mejores cuando se calcula el volumen con la regla de Simpson y Simpson 3/8, generando en todos los casos volúmenes mayores al de referencia.

Referencias bibliográficas

- Aceves, J. F., Legorreta, G., Lugo, J., Umaña, J., & Legorreta, H. A. (2016). Sistemas de información geográfica y cartografía geomorfológica aplicados al inventario de deslizamientos y cartografía de susceptibilidad en la cuenca del río El Estado, Pico de Orizaba, México. *Investigaciones Geográficas*, 91, 43-55. doi:10.14350/rig.46503
- Agüera, F., Aguilar, M. A., Aguilar, F. J., & Carvajal, F. (2006). Estimación del error en el cálculo de los volúmenes de terraplén al no considerar acuerdos cónicos. *Anales de Ingeniería Gráfica*, 18, 32-46.
- Alcaras, E., Parente, C., & Vallario, A. (2019). Comparison of different interpolation methods for DEM production. *International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering*, 6(4), 1654-1659. doi:10.30534/ijatcse/2019/91842019
- Aykut, N. O., Güllal, E., & Burak, A. (2015). Performance of Single Base RTK GNSS Method versus Network RTK. *Earth Sciences Research Journal*, 19(2), 135-139. doi:10.15446/esrj.v19n2.51218
- Botero, L. F. (2009). Responsabilidad social empresarial en el sector de la construcción. *AD-Minister*, 14, 105-123. Recuperado de <http://publicaciones.eafit.edu.co/index.php/administer/article/view/264>
- Camargo, C. E., Andrades, J. E., & Vidal, R. O. (2014). Evaluación de MDE para la estimación de volúmenes por procesos de erosión aplicando análisis de autocorrelación espacial en una cuenca de los andes venezolanos caso de estudio: microcuenca torrencial la Machirí. *Colombia Forestal*, 17(1), 40-59. doi:10.14483/udistrital.jour.colomb.for.2014.1.a03
- Cheng, J., & Jiang, L. (2013). Accuracy Comparison of Roadway Earthwork Computation between 3D and 2D Methods. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 96, 1277-1285. doi:10.1016/j.sbspro.2013.08.145
- Childs, C. (2004). Interpolation surfaces in ArcGIS Spatial Analyst. *ArcUser*, 32-35.
- Cordoba, S. (2014). *Guía para la calibración de recipientes volumétricos por el método gravimétrico*. Instituto Nacional de Metrología de Colombia., Bogotá. Recuperado de <http://www.inm.gov.co/images/Docs/Guacalibracinrecipientesvolumtricos.pdf>
- Easa, S. M. (2003). Estimating earthwork volumes of curved roadways: Simulation Model. *Journal of Surveying Engineering*, 129(1), 19-27. doi:10.1061/(ASCE)0733-9453(2003)129:1(19)
- El-Nokrashy, M., Ragab, A. F., & Kamal, M. (2011). Assessment of aerial images usage in DTM generation for earthworks computations. *World Applied Sciences Journal*, 13(4), 858-865.

- Fisher, P. F., & Tate, N. J. (2006). Causes and consequences of error in digital elevation models. *Progress in Physical Geography*, 30(4), 467–489. doi:10.1191/0309133306pp492ra
- García, E. J., & Escobar, D. A. (2017). Temporalidad de la infraestructura vial propuesta en Armenia - Colombia vs beneficios en términos de accesibilidad territorial urbana. *Revista Espacios*, 38(28), 11-21. Recuperado de <https://www.revistaespacios.com/a17v38n28/17382811.html>
- Garzón, J. (2013). *Validación cruzada como método de investigación en la calidad de modelos digitales de elevación*. Quito: Universidad San Francisco de Quito. Recuperado de <http://repositorio.usfq.edu.ec/handle/23000/2977>
- Garzón, J., Jiménez, G., & Hernández, F. (2017). Assessment of non-linear interpolators to construct digital elevation models. *Journal of Engineering and Applied Sciences*, 12(15), 3873–3883. doi:10.36478/jeasci.2017.3873.3883
- Giraldo, R., Delicado, P., & Mateu, J. (2011). Ordinary kriging for function-valued spatial data. *Environ Ecol Stat*, 18, 411–426. doi:10.1007/s10651-010-0143-y
- Graham, A. N. V., Coops, N. C., Tompalski, P., Plowright, A., & Wilcox, M. (2020). Effect of ground surface interpolation methods on the accuracy of forest attribute modelling using unmanned aerial systems-based digital aerial photogrammetry. *International Journal of Remote Sensing*, 41(9), 3287-3306. doi:10.1080/01431161.2019.1694722
- Hengl, T. (2006). Finding the right pixel size. *Computers & Geosciences*, 32, 1283-1298. doi:10.1016/j.cageo.2005.11.008
- Hu, Y. (2003). *Automated extraction of digital terrain models, roads and buildings using airborne lidar data (Tesis de Doctorado)*. Universidad de Calgary, Calgary. Recuperado de <http://www.geomatics.ucalgary.ca/links/GradTheses.html>
- Jiménez-Jiménez, S. I., Ojeda-Bustamante, W., Ontiveros-Capurata, R. E., Flores-Velázquez, J., Marcial-Pablo, M. J., & Robles-Rubio, B. D. (2017). Quantification of the error of digital terrain models derived from images acquired with UAV. *Ingeniería Agrícola y Biosistemas*, 9(2), 85-100. doi:10.5154/r.inagbi.2017.03.007
- Lloyd, C., & Atkinson, P. M. (2006). Deriving ground surface digital elevation models from LiDAR data with geostatistics. *International Journal of Geographical Information Science*, 20(5), 535–563. doi:10.1080/13658810600607337
- López, G. D., Hernández, F. R., Gaona, B., Chávez, N., Castillo, J. C., & Ramírez, J. E. (2016). Evaluación de un equipo de nivelación de terrenos mediante GPS. *Ingeniería Agrícola*, 6(4), 56-60. doi:10.13140/RG.2.2.29319.19363
- Marchamalo, M., Galán, D., Sánchez, J. A., & Martínez, R. (2011). La tecnología DGPS en la construcción: control de movimientos en grandes estructuras. *Informes de la Construcción*, 63(522), 93-102. doi:10.3989/ic.10.008
- Márquez Pérez, J. (2004). *Modelos digitales de elevaciones (MDE's), métodos de interpolación y parámetros morfométricos del relieve introducción al análisis de sus relaciones a partir de información extraída de cartografía topográfica a escalas 1:50.000 y 1:10.000*. (Tesis Doctoral Inédita), Universidad de Sevilla, Departamento de Geografía Física y Análisis Geográfico Regional, Sevilla. Recuperado de <http://hdl.handle.net/11441/24229>
- Morillo, J., Pozo, J., Pérez, F., Rodríguez, M. C., Gordillo, F., & Rebollo, J. (2002). Análisis de calidad de un modelo digital de elevaciones generado con distintas técnicas de interpolación. *XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica*. Santander, España.

- Moura-Leite, R. C., & Padgett, R. C. (2014). La evolución de la responsabilidad social de la empresa: Un abordaje histórico. *Revista Espacios*, 35(5), 9. Recuperado de <https://www.revistaespacios.com/a14v35n05/14350409.html>
- Paredes, C. U., Salinas, W. E., Martínez, X., & Jiménez, S. B. (2013). Evaluación y comparación de métodos de interpolación determinísticos y probabilísticos para la generación de modelos digitales de elevación. *Investigaciones Geograficas*, (82), 118-130.
- Pérez, A., & Mas, J. F. (2009). Evaluación de los errores de modelos digitales de elevación obtenidos por cuatro métodos de interpolación. *Investigaciones Geograficas*(69), 53–67.
- Petrie, G., & Kennie, T. M. (1987). Terrain modelling in surveying and civil engineering. *Computer-Aided Design*, 19(4), 171-187. doi:10.1016/0010-4485(87)90066-2
- Quesada, M. E., & Marsik, M. (2012). Uso de modelos de elevación digital como alternativa para mostrar errores en mapas topográficos. *Revista Geográfica de América Central*(48), 77–93. Recuperado de <https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/geografica/article/view/3999>
- Rojas, P. C. (1999). *Modelo de costos para obras de urbanización (Tesis)*. Universidad de Costa Rica. San Jose. Recuperado de <http://repositorio.sibdi.ucr.ac.cr:8080/jspui/handle/123456789/910>
- Strößenreuther, U., Horwath, M., & Schröder, L. (2020). How Different Analysis and Interpolation Methods Affect the Accuracy of Ice Surface Elevation Changes Inferred from Satellite Altimetry. *Mathematical Geosciences*, 52(4), 499–525. doi:10.1007/s11004-019-09851-3
- V-Almazán, J. L., & V-Almazán, R. (2008). *Programa de actuación integrada para el desarrollo de la U.E. ADE-7 del P.G.O.U. De Javea*. Recuperado de http://politicaterritorial.gva.es/documents/20551182/101925986/b78_URBANIZACION/e57525ba-f7a4-4afd-8cd9-1d912fc42e5f
- Weibel, R., & Heller, M. (1991). Digital terrain modelling. In: Maguire, D.J., Goodchild, M.F., Rhind, D.W. (Eds.). *Geographical Information Systems Longman, Scientific & Technical*, 1, 269-297.
- Wise, S. (2011). Cross-validation as a means of investigating DEM interpolation error. *Computers & Geosciences*, 37, 978-991. doi:doi:10.1016/j.cageo.2010.12.002
- Yakar, M., Yilmaz, H. M., & Mutluoglu, O. (2010). Close range photogrammetry and robotic total station in volume calculation. *International Journal of the Physical Sciences*, 5(2), 86-96. Recuperado de <https://academicjournals.org/journal/IJPS/article-abstract/9CBB19322699>
- Yilmaz, H. M. (2007). The effect of interpolation methods in surface definition: an experimental study. *Earth Surface Processes and Landforms*, 32(9), 1346–1361. doi:10.1002/esp.1473
- Yilmaz, H. M., & Yakar, M. (2008). Computing of volume of excavation areas by digital close range photogrammetry. *The Arabian Journal for Science and Engineering*, 33(1A), 63-79.
- Zaragoza, J. N., Alonso, L., & López, R. (2006). Algoritmo de cálculo de áreas de secciones transversales para terracerías de un proyecto geométrico de carreteras. *Ingeniería, Revista Académica de la FI- UADY*, 10(2), 25-35.
- Zhang, H., Li, L., Liu, Z., & Fu, L. (2012). Application of surfer 8.0 in Earthwork Calculations and Accuracy Analysis. *Advanced Materials Research*, 446-449, 3295-3298. doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.446-449.3295