



Influencia del *GeoGebra* en la motivación y autorregulación del aprendizaje del cálculo y álgebra en universitarios

Influence of *GeoGebra* in the motivation and self-regulation of the learning of calculus and algebra in universities

Felipe Antonio GALLEGO-LOPEZ [1](#); Hedilberto GRANADOS-LOPEZ [2](#); Oscar Javier SANCHEZ-SANCHEZ [3](#)

Recibido: 20/12/2017 • Aprobado: 10/01/2018

Contenido

[1. Introducción](#)

[2. Metodología](#)

[3. Resultados](#)

[4. Conclusiones](#)

[Referencias bibliográficas](#)

RESUMEN:

Se presentan resultados del estudio que buscaba establecer la influencia del *GeoGebra* como mediación en cálculo vectorial y álgebra lineal, en la motivación y autorregulación del aprendizaje. Se optó por un enfoque cuantitativo de alcance correlacional. Se observaron relaciones significativas entre escalas de motivación asociadas al valor de la tarea, autoeficacia para el aprendizaje y procesos de autorregulación. Se estableció que la implementación del *GeoGebra* como mediación contribuyó a mejorar los procesos motivacionales y de aprendizaje autorregulado en las asignaturas.

Palabras clave: Motivación, Aprendizaje Autorregulado, *GeoGebra*.

ABSTRACT:

The results of the study that sought to establish the influence of *GeoGebra* as mediation in vector calculus and linear algebra, in the motivation and self-regulation of learning are presented. A quantitative approach of correlational scope was chosen. Significant relationships were observed between motivation scales associated with value of the task, self-efficacy for learning and self-regulation processes. It was established that the implementation of *GeoGebra* as a mediation contributed to improve the motivational and self-regulated learning processes in the subjects

Keywords: motivation, self-regulated learning, *GeoGebra*.

1. Introducción

El hombre será mejor cuando se le muestre cómo es, dijo Chejov, de modo que las nuevas ciencias de la naturaleza humana pueden encabezar la marcha hacia un humanismo realista e informado biológicamente
Pinker Steven
-la tabla rasa-

En las últimas décadas la motivación se ha convertido en uno de los factores primordiales para pensar los procesos educativos y en particular, para indagar acerca del aprendizaje, la autorregulación y en general, para dar cuenta de los patrones asociados al proceso formativo. Esto ha llevado de acuerdo a Pintrich, Smith, García y Mckeachie (1993) a que no sea posible hablar de un marco teórico definido desde el cual ofrecer una mirada unificada sobre el papel que representa la motivación en los procesos de aprendizaje. Esto sucede así, quizá, porque la motivación como variable psicológica y a su vez como factor social de empatía, no resulta fácil de ser abordado desde un proceso unificado, sino como la suma de una serie de componentes asociados al comportamiento que la hacen un fenómeno esencialmente complejo. (Gonzalez-Pienda, Nuñez, Glez-Pumariega y García, 1997).

Sin embargo, y pese a que la motivación de acuerdo a lo anterior, no comporta una única perspectiva, se podría aventurar una definición provisional, y entenderla como un conjunto de procesos implicados en la activación, dirección y persistencia de la conducta, o como lo plantean Cinar, Bektas y Aslan (2011) como una serie de

procesos que contribuyen a la activación de un impulso que despierta, activa, conduce y es capaz de hacer perdurar el rendimiento actitudinal frente a una determinada situación. De igual manera, se podría entender, como un proceso en el que las personas se ven estimuladas hacia una determinada acción para lograr o cumplir alguna expectativa. Cinar et al (2011). Lo anterior, en el ámbito educativo se traduce en la actitud que un determinado sujeto presenta en sus procesos de aprendizaje. Actitud, que influyen en sus creencias de autoeficacia y control, en la manera como regula su aprendizaje, así como en el valor que le da al trabajo que realiza en clase además, de los propósitos y metas que fije para con su propio proceso de aprendizaje etc. Todos éstos, factores que guían la conducta y las creencias motivacionales del estudiante en un contexto determinado y que termina influyendo sobre su propia creencia de autoeficacia. Zimmerman (2000).

La motivación en consecuencia de acuerdo con Shavelson, Hubner y Stanto (1976), Shavelson y Bolus (1981) tiene como punto de referencia las diferentes percepciones y creencias que un determinado sujeto mantiene sobre sus cogniciones entendidas éstas, como el grupo de percepciones de control, percepciones de competencia y percepciones de capacidad, así, como los pensamientos sobre las metas y la auto eficacia. Todos éstos elementos constitutivos del autoconcepto y que se traduce en una de las variables para el estudio de lo que constituyen los procesos de motivación. Weiner (1990).

Es así, y como lo planteaba Pintrich y De Groot (1990) que la motivación se puede pensar desde tres constructos entre los que se encuentran las creencias relacionadas con la competencia, la autoeficacia, el control y las atribuciones. En tanto, el constructo de la motivación estará conformado por las razones o intenciones que llevan a que un sujeto se implique en una determinada tarea centrando su atención especialmente en las metas que se trace, el interés que le suscite dichas metas, el valor asignado a cada actividad, así como la orientación de meta que pueda presentar en su proceso de aprendizaje.

Lo anterior conlleva la existencia de reacciones afectivas que surgen en el desarrollo de una determinada tarea, lo que permite advertir sentimientos relacionados con la ansiedad, el orgullo, la vergüenza y la culpa. Dichas reacciones afectivas que conforman el constructo sobre la motivación, parecen convertirse en uno de los factores para comprender la influencia que la motivación tiene en las dinámicas de aprendizaje, tal y como lo plantea Caicedo (2012) al manifestar, que en la investigación neurocientífica la "motivación es, en buena parte, responsable del desempeño cognitivo a su vez, que se constituye en una variable educativa básica para pensar el mejoramiento de la enseñanza, la cual, debe estar presente en los proyectos curriculares" (p. 106)

De ahí, que "la capacidad de actuar con competencia emocional (base de la motivación), tiene que ver con la existencia de una comunicación plena entre las estructuras emocionales y las cognitivas" (Caicedo, 2012, p. 107) y en particular, con las "interacciones entre las estructuras cerebrales de evolución de manera automáticas y rápidas y las estructuras cerebrales de evolución reciente de la corteza cerebral" (Caicedo, 2012, p. 107).

En consecuencia, la motivación actúa sobre los "componentes emocionales que establecen la medida en que un organismo está preparado para actuar física y mentalmente centrado en un propósito determinado" (Caicedo, 2012, p. 109), lo que hace a la motivación, un factor fundamental para comprender los mecanismos de activación de la autorregulación en los procesos de aprendizaje, así como de las creencias positivas de auto eficacia para llevar a buen término una determinada tarea.

La motivación como detonante de los procesos de autorregulación en consecuencia, permite advertir el desempeño como una forma en que un individuo puede hacer frente a una tarea y en cómo dicha acción, incide de manera directa en la forma de implementación de sus estrategias de aprendizaje, ya que es a partir de dichas estrategias, que el sujeto puede o no generar procesos de autorregulación sobre su propio aprendizaje. Ruiz (1996).

En este sentido, la estrategia de aprendizaje implica una dinámica intencional puesta en marcha por la motivación y a través de una acción que surge ante una tarea o demanda educativa que se requiere para su correcta culminación. Ruiz y Graupera, (2003)

En consecuencia, las estrategias de aprendizaje, sobre todo las de carácter primario, surgen como parte de una necesidad específica demandada por algún factor ambiental en el cual, se integran procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento o utilización de una determinada información. Pozo, (1990).

Una estrategia de aprendizaje vendría derivada de acuerdo a lo anterior, de la necesidad de generar una respuesta sobre una problemática. Pozo (1996), lo que conduce a que un individuo ponga en acción mecanismos tanto motivacionales como cognitivos, meta-cognitivos o de administración de recursos con el fin, de lograr la optimización de un proceso cuyo fin, será tomar la mejor decisión sobre algún aspecto que pueda favorecer su aprendizaje.

De ahí, que para Valle, Barca, Gonzales y Núñez (1999) los problemas de aprendizaje no estén directamente relacionados con problemas asociados a la capacidad o desempeño cognitivo de los estudiantes, sin desconocer que existen, sino a la ausencia o implementación pobre de estrategias de aprendizaje para llevar a cabo la demanda de una determinada tarea así, como a la capacidad para regular su propio aprendizaje.

De acuerdo a lo expuesto, se puede afirmar que la motivación es un factor fundamental para que se activen los procesos de autorregulación del aprendizaje así, como la implementación adecuada de estrategias de aprendizaje a través de la influencia que un determinado ambiente de aprendizaje tiene para con los estudiantes. De acuerdo a esto, podría plantearse que el éxito de los ambientes de aprendizaje en los cuales se hace uso de las tecnologías de información y la comunicación (TIC) radica precisamente en el hecho de influir de manera directa sobre la motivación, en especial, sobre el reconocimiento de la respuesta anímica y de cambio (Johnson and Rizzo, 2004; Picard, 1997) que puede presentar un estudiante frente a la demanda o importancia

asignada a una determinada tarea en el marco de un ejercicio académico en particular.

En el caso del GeoGebra [3], lo anterior es confirmatorio, toda vez, que este software de código abierto, permite cambiar la dinámica en el aprendizaje de la matemática, posibilitando la enseñanza de las mismas, de una basada en modelos en los que priman modelos de transferencia, a una basada en los problemas y toma de decisiones a partir de patrones de representación de fórmulas matemáticas a través de construcciones gráficas, Dubinsky & Schwingendorf (2004) citados por Dikovic (2009).

Así mismo, a través del GeoGebra, los estudiantes pueden a partir de la manipulación de objetos virtuales, generar dibujos de acuerdo a las fórmulas que plantean problemas matemáticos complejos que muchas veces resulta complicado de comprender desde la mera abstracción numérica. En consecuencia, el GeoGebra permite, no solo la manipulación de objetos, sino también concebir de manera comprensiva, cómo resultan afectados estos en un espacio virtual, lo que permite y da la oportunidad al estudiante de resolver problemas mediante indagaciones de complejidad creciente en relaciones matemáticas dinámicas. Dikovic (2009). Además, de brindarle la oportunidad de generar sentido práctico y visual, a las fórmulas matemáticas y ecuaciones que le son enseñadas en las asignaturas a través, del diseño y generación de simulaciones matemáticas a través de objetos virtuales modelados.

2. Metodología

2.1. Descripción de la muestra. Forma de muestreo, tipo de análisis estadístico.

La investigación se abordó desde un enfoque cuantitativo cuasi experimental, soportado en un diseño descriptivo de alcance correlacional. Se partió de una muestra de 96 estudiantes distribuidos de la siguiente manera: ingeniería ambiental (n= 63), ingeniería industrial (n= 25) y licenciatura en matemática (n= 8). El área disciplinar que sirvió de contexto para el estudio fue la asignatura de Cálculo vectorial y de Álgebra lineal. El instrumento utilizado fue el Cuestionario de Motivación y Estrategias de Aprendizaje. (CMEA). Cuestionario que al ser sometido a la prueba de consistencia interna (Alfa de Cronbach), arrojó un valor aceptable de (0,757) para la escala relacionada con las estrategias de aprendizaje, y de (0,859) para la escala relacionada con la motivación del aprendizaje. El análisis estadístico se realizó con el software estadístico IBM SPSS v.24.

La investigación, se realizó de acuerdo a las fases que se describirán a continuación:

Fase1: Caracterización de la población de estudio. En la que se identifica el tipo de población que servirá como objeto de estudio.

Fase2: Caracterización de las valoraciones relacionadas a la motivación y a la administración del tiempo y del ambiente.

Para la Fase1 y Fase 2 se utilizaron la prueba Chi-cuadrado (prueba de homogeneidad), Prueba U de MannWhitney (Diferencias entre distribuciones entre factores de dos niveles), y Prueba Kruskal-Wallis (Diferencias entre distribuciones entre factores de más de dos niveles).

Fase 3: De acuerdo a las valoraciones relativas a la motivación y la administración del tiempo y del ambiente, se seleccionaron los estudiantes que más bajo porcentaje obtuvieron y se procedió a generar una intervención con la mediación del GEOGEBRA. El número de estudiantes seleccionado de acuerdo a los resultados fue de 18. (n=18). Para esta fase, se utilizaron las pruebas de Correlación de Pearson para inferir las asociaciones, y las pruebas de Correlación parcial para identificar cuál de las variables o sub-escalas resultaba incidir sobre las modificaciones en las valoraciones asociadas a la motivación y a la administración del tiempo y del ambiente.

Durante un tiempo determinado (Entre momento 1 y momento 2), para comprobar los posibles cambios.

Fase 4: La intervención al grupo de 18 estudiantes, se hizo durante dos cortes académicos. Para poder generar comparaciones se realizó técnica de pretes-postest. La intervención a los (n=18) se calculó con error relativo de 6%. Con una confiabilidad del 94%).

3. Resultados

3.1. Fase 1: Caracterización de la población de estudio

Para la caracterización de la población se tomó la *Edad* como variable de clasificación. Los resultados muestran diferencias significativas entre carrera (El promedio de edad en *Licenciatura en Matemáticas* es superior a diferencia de las demás con un promedio de 36 años aprox.), y lo programas de Ingeniería no tiene diferencia marcada (19 años en promedio para cada uno.Tabla1), aun cuando se diferencia la distribución de datos entre las asignaturas de *Algebra Lineal* y *Calculo Vectorial* ($p < 0.01$).

Tabla 1
Caracterización de la población objeto de estudio

Variables	Edad				
	Recuento	Media	Desviación	Significancia ^{2,3}	% del n de la Significancia ¹

				típica		columna	
Sexo2	<i>Hombres</i>	n= 43	22,31	8,11	0,003**	44	0,264
	<i>Mujeres</i>	n= 54	19,69	3,84		56	
Segmentos de semestre3	<i>Sem. 2-3</i>	n= 50	21,20	8,21	0,000***	52	0,000***
	<i>Sem. 4-5</i>	n= 38	20,05	2,70		39	
	<i>Sem. 6 & >=</i>	n= 9	22,25	1,83		9	
Carrera3	<i>Ing. Ambiental</i>	n= 63	19,61	2,58	0,000***	66	0,000***
	<i>Ing. Industrial</i>	n= 25	19,12	1,59		26	
	<i>Lic. Matemáticas</i>	n= 8	35,88	13,07		8	
Asignatura2	<i>Algebra Lineal</i>	n= 52	21,27	8,06	0,006**	54	0,477
	<i>Calculo Vectorial</i>	n= 45	20,32	2,66		46	
1Prueba de homogeneidad Chi-cuadrado							
2Prueba de Mann-Whitney							
3Prueba de Kruskal-Wallis							
**p<0,01							
***p<0,001							

El segmento de semestre con mayor *Edad* promedio fueron los de semestre 6 en adelante (con un promedio de 22 años aprox.), seguido del segmento de 2° a 3° semestre. Hubo un mayor aporte de muestra por parte de *Ingeniería Ambiental* (66%), y también aportes de muestra significativo de estudiantes de 2° a 3° semestre y en menor participación Licenciatura en Matemáticas (8%).

3.2. Fase 2: Caracterización de las valoraciones según la motivación y la administración del tiempo y el ambiente.

Tabla 2
Diferencias entre género y asignatura para motivación y administración del tiempo y del ambiente

Variables (+)		Sexo			Asignatura		
		Hombres	Mujeres		Algebra Lineal	Calculo Vectorial	
		(n=43)	(n=51)	Sig.	(n=52)	(n=45)	Sig.
Motivación							
<i>VT</i>	<i>Media</i>	5,8	6,3	0,012*	6,3	5,8	0,002**
	<i>Desv. típ.</i>	1	0,7		0,7	1	

AEPA	Media	5,7	5,9	0,179	6	5,6	0,035*
	Desv. típ.	0,9	0,7		0,7	0,8	
Estrategias							
ARM	Media	4,7	5	0,029*	5	4,8	0,047*
	Desv. típ.	0,6	0,7		0,6	0,7	
ATA	Media	4,7	5,1	0,035*	5,1	4,7	0,025*
	Desv. típ.	0,8	0,9		0,9	0,8	
RE	Media	4,8	5,2	0,061	5,2	4,8	0,071
	Desv. típ.	0,9	1		1	0,9	
AC	Media	4,8	4,8	0,955	4,6	5	0,135
	Desv. típ.	1,1	1,2		1,2	1,1	
BA	Media	5	5,4	0,076	5,3	5	0,184
	Desv. típ.	1,1	0,7		0,7	1	
(+) Prueba U de Mann-Whitney. * p<0,05. **p<0,01.							

Para las sub-escalas de motivación asociadas al género, la *Valoración de la Tarea (VT)* (Una media de 6.3 para el caso de las Mujeres. Ver tabla 2, p=0,012). Presentó una mejor valoración por parte de las Mujeres en relación a los Hombres. Así mismo, se pudo corroborar diferencias en la distribución entorno a la *Autoregulación Metacognitiva - ARM* (p=0,029), y en *Administración del Tiempo y los Ambientes -ATA* (p=0,035), ilustrándose mayor valoración en las mujeres (ARM=5; ATA=5,1).

En el caso de la motivación entre asignaturas, las valoraciones entre *Calculo Vectorial* las valoraciones fueron bajas con (5,8; p=0,002) para la Valoración de la Tarea (VT), y de (5,6; p=0,035) para la Auto-Eficacia para el aprendizaje-AEPA.

Tabla 3
Diferencias entre Carreras y Segmentos de semestre para motivación y administración del tiempo y del ambiente

	Carreras				Segmentos de semestre			
	Ing. Ambiental	Ing. Industrial	Lic. Matemáticas	Sig.	Sem.	Sem.	Sem.	Sig.
					2-3	04-may	6 & >=	
Variabes (+)	(n=63)	(n=25)	(n=8)	Sig.	(n=50)	(n=38)	(n=9)	Sig.
(Promedio)								
Motivación								
VT	6,11	5,84	6,5	0,093	6,38	5,92	5,11	0,001**
AEPA	5,83	5,64	5,75	0,695	5,98	5,68	5,11	0,028*

Estrategias								
ARM	4,89	4,88	5,25	0,343	5,02	4,84	4,56	0,123
ATA	4,98	4,84	5,13	0,478	5,1	4,82	4,56	0,114
RE	5,21	4,52	5,5	0,005**	5,24	4,97	4,22	0,012*
AC	4,68	5	5,13	0,443	4,68	5,03	4,44	0,224
BA	5,22	5,08	5,5	0,544	5,34	5,18	4,56	0,1
(+) Prueba de Kruskal-Wallis. **p<0,01								

Así mismo, al tomar como variable de contraste las carreras, se notó una diferencia marcada para el grupo de licenciatura en matemáticas con un valor de (5,5). Para el resto de carreras se apreciaron diferencias en las distribuciones asociadas a la administración del tiempo y del ambiente en cuanto a la Regulación del Esfuerzo-RE ($p=0,005$).

Por otro lado, para el caso de los segmentos de semestre se identificaron distribuciones distintas dentro de las variables asociadas a la Motivación en relación a la valoración de la tarea VT: $p=0,001$; autoeficacia para el aprendizaje AEPA: $p=0,028$), donde se presentó un mayor puntaje para el segmento relativo al segundo y tercer Semestre, para ambas sub-escalas (VT=6,38; AEPA=5,98).

Así mismo, para el caso de la administración del tiempo y del ambiente, se notaron diferencias en relación a la Regulación del Esfuerzo-RE ($p=0,012$), reincidiendo los semestres segundo y tercero con la mejor valoración. (Semestre 2° y 3°:= 5,24).

3.3. Fase 3: intervención en el aula para el grupo en condiciones especiales con la mediación del GeoGebra (Seguimiento para el grupo de Cálculo Vectorial)

Para la siguiente descripción se hacen las pruebas que ilustran la diferencias en torno a la intervención realizada para el grupo que presentaba menores valoraciones, para éste caso fue la Asignatura de Calculo vectorial (según la descripción anterior); se tomó una muestra al azar de estudiantes voluntarios de las dos ingenierías: $n=16$ para los casos y $n=29$ para Controles o testigos (Error Relativo: 6% aprox.). Al primer grupo, se aplicó una intervención de cinco semanas en el que se hizo uso del software GeoGebra 5.0 como herramienta virtual de mediación. Dentro de las actividades que se implementaron para llevar a cabo la mediación, se contó con construcción de superficies a través de las funciones de dos variables independientes, análisis de máximos y mínimos, así, como la utilización del criterio de segundas derivadas, basado en los auto-valores de matriz Hessiana.

Se contó con una semana adicional a la implementación de la mediación, con el fin de aclimatar el grupo de estudiantes seleccionado al uso, manejo y posibilidades del Software a ser implementado para el desarrollo del tema de Cálculo Multivariable.

Tabla 4
Sesiones, Temas y esquema de trabajo

Sesiones	Temas	Esquema de trabajo
Semana 1	Definiciones de curvas en dos y tres dimensiones	Definición de curva Parametrización de curvas Construcción de las curvas y rectas paramétricas en Geogebra. Cónicas. Construcción de la Elipses, Parábolas e Hipérbolas en Geogebra.
Semana 2	Funciones multivariadas	Definición de función multivariable y campos escalares. Dominio y Recorrido de una función multivariable. Curvas de nivel. Construcción de la superficie funcional mediante Geogebra, y sus Trazas. Construcciones de las Curvas de nivel.
		Definición de limite en varias variables. Definición de derivada parcial. Diferenciación parcial. Derivabilidad

Semana 3	La derivada parcial entorno al límite	de una función multivariable. Construcción geométrica de la Derivada Parcial. Análisis de las trazas de una función.
Semana 4	Plano tangente, segundas derivadas y gradiente.	Derivada direccional, Gradiente. Plano tangente. Diferenciación en orden superior. Construcción del vector gradiente a una superficie.
Semana 5	Máximos y mínimos. Criterio de segundas derivadas	Definición de extremos absolutos y relativos. Caracterización de extremos locales mediante el criterio de las segundas derivadas utilizando la matriz Hessiana. Construcción y análisis de las superficies de nivel y curvas derivadas para encontrar puntos críticos según intersección. Interfaz de usuario para conectar puntos arbitrarios y analizar el signo de las derivadas en torno a los puntos críticos sobre las curvas de nivel.

3.4. Fase 4: Pre-test y pos-test para encontrar relaciones y cambios con grupo control

Los resultados alcanzados frente a la intervención del grupo se ilustran a continuación en las siguientes tablas.

Tabla 5
Pos test de sub-escalas de motivación y de sub-escalas de administración del tiempo y del ambiente para las intervenciones

Variables (+)		Sin intervención (n=29)	Con intervención (n=16)	Sig.
Motivación				
VT	Media	5,48	5,41	0,1204
	Desv.típ.	0,99	2,10	
AEPA	Media	5,38	5,32	0,1571
	Desv.típ.	0,90	1,81	
Estrategias				
ARM	Media	4,62	4,91	0,1823
	Desv.típ.	0,73	1,04	
ATA	Media	4,48	5,35	0,0664
	Desv.típ.	0,57	1,26	
RE	Media	4,41	5,09	0,0101*
	Desv.típ.	0,68	1,44	
AC	Media	4,93	4,77	0,6228
	Desv.típ.	1,13	1,66	
BA	Media	4,69	4,34	0,8281

	<i>Desv.típ.</i>	1,00	1,44
(+) Prueba U de Mann-Whitney.*p<0,05.			

En los resultados mostrados en la tabla 5, se realizó un postest entre las personas con intervención con Geogebra (Casos) y las que no (Testigo), con el fin de identificar cuáles fueron las diferencias significativas entre las subescalas que se midieron, e identificar una posible influencia. Para esto se utilizó la prueba U de Mann-Whitney para identificar diferencias entre distribuciones de las intervenciones.

En las variables de Motivación y administración del tiempo y del ambiente, solo se encontraron diferencias entre para la variable *Regulación del esfuerzo -RE* (p=0,0101), mostrando un menor puntaje para el grupo sin intervención (RE:=4,4).

Para la siguiente descripción, se muestra la evolución del pretest y el postest para el grupo intervenido en dos momentos (M1:Pretest,M2:Postest), se aplicaron las correlaciones de Pearson para verificar relaciones entre las variables, esto con el objetivo de encontrar cambios en el comportamiento a través de los momentos de aplicación del cuestionario.

Tabla 6
Correlaciones de Pearson entre las sub-escalas de motivación y las sub-escalas de administración del tiempo y del ambiente

Variable	VT-1	VT-2	AEPA-1	AEPA-2	ARM-1	ARM-2	ATA-1	ATA-2	RE-1	RE-2	AC-1	AC-2
AEPA (1-2)	-0,23	0,876**	1	1								
ARM (1-2)	0,57	0,888**	0,46	0,778**	1	1						
ATA (1-2)	0,15	0,702*	0,36	0,574	0,768*	0,857**	1	1				
RE (1-2)	0,32	0,840**	0,19	0,852**	0,41	0,797**	0,27	0,727*	1	1		
AC (1-2)	0,19	0,906***	0,17	0,859**	0,27	0,775**	0,47	0,555	0,38	0,865**	1	1
BA (1-2)	-0,1	0,550	0,11	0,497	-0,32	0,415	-0,43	0,074	-0,03	0,223	0,23	0,621

(+) Correlaciones de Pearson entre Momento 1 vs. Momento 2. * p<0,05. ** p<0,01. *** p<0,001

Antes de la intervención solo se presentaron relaciones significativas entre *ATA-1* y *ARM-1* (r= 0,768; p=0,01), después de la intervención se correlacionaron significativamente *AEPA-2* con *VT-2* (r=0,876;p=0,001), *ARM-2* y *AEPA-2* (r=0,778;p=0,008), *ATA-2* y *VT-2* (r=0,702;p=0,024), *ATA-2* y *ARM-2* (r= 0,857; p=0,002), *RE-2* y *VT-2* (r =0,840; p=0,002), *RE-2* y *AEPA-2* (r =0,852; p=0,002), *RE-2* y *ARM-2* (r =0,797; p=0,006), *RE-2* y *ATA-2* (r =0,727; p=0,017), *AC-2* y *VT-2* (r =0,906; p=0,000), *AC-2* y *AEPA-2* (r =0,859; p=0,001), *AC-2* y *ARM-2* (r =0,775; p=0,008), *AC-2* y *RE-2* (r =0,865; p=0,001). Es de observar que la variable *Búsqueda de Ayuda- BA* no se correlacionó con ninguna de las otras variables. Nótese en Tabla 4.

No obstante, al ser correlacionado *ATA* con *ARM* como variable de control, se verificaron relaciones iniciales mediante el cálculo de la correlación parcial. Se encontró que dejando constante *ATA* se presentaron relaciones significativas en el momento 1 antes de la intervención entre *ARM -1* y *VT-1* (r=0,705; p=0,034).

Tabla 7

Variable(+)	VT-1	VT-2	AEPA-1	AEPA-2	ARM-1	ARM-2	RE-1	RE-2	AC-1	AC-2
AEPA (1-2)	-0,311	0,811**	1	1						
ARM (1-2)	0,705*	0,780*	0,306	0,679*	1	1				
RE (1-2)	0,297	0,675*	0,101	0,774*	0,327	0,49	1	1		
AC (1-2)	0,137	0,872**	-0,002	0,793*	-0,167	0,699*	0,304	0,808**	1	1

BA (1-2)	-0,037	0,701*	0,316	0,556	0,015	0,683*	0,1	0,247	0,552	0,699*
(+) Correlaciones Parciales entre Momento 1 vs. Momento 2. Variable control= ATA. * $p < 0,05$. ** $p < 0,01$. *** $p < 0,001$.										

Después de la intervención (Momento 2) se mantuvieron las relaciones de *Valoración de la Tarea: VT-2* con *AEPA-2* ($r=0,811$; $p=0,008$), *ARM-2* ($r=0,780$; $p=0,013$), *RE-2* ($r=0,675$; $p=0,046$), *AC-2* ($r=0,872$; $p=0,002$), *BA-2* ($r=0,701$; $p=0,035$). *Autoeficacia: AEPA-2* con *ARM-2* ($r=0,679$; $p=0,044$), *RE-2* ($r=0,774$; $p=0,014$), *AC-2* ($r=0,793$; $p=0,011$). *Autoregulación Metacognitiva: ARM-2* con *AC-2* ($r=0,699$; $p=0,036$), *BA-2* ($r=0,683$; $p=0,036$). *Regulación del Esfuerzo: RE-2* con *AC-2* ($r=0,808$; $p=0,008$). *Ayuda de Compañeros: AC-2* con *BA-2* ($r=0,699$; $p=0,035$).

3.5. Discusión

De acuerdo a los resultados encontrados, se pueden establecer relaciones con otros estudios en los cuales se implementó el software GeoGebra como mediación en el aprendizaje de la matemática aplicada a la geometría. Es así, como los resultados obtenidos en el presente estudio son contrastables con una investigación titulada "The effect of using GeoGebra on conceptual and procedural knowledge of high school mathematics students" realizada por Zulnaidi y Zakaria (2012), en el que se encontraron diferencias significativas en grupos intervenidos con el GeoGebra en contraste con el grupo control. Los resultados para el caso del grupo control fue de ($t = 2.215$, $p < 0.05$) en relación al grupo tratado cuyos resultados fueron de ($t = 2.375$, $p < 0.05$). Estos resultados resultan contrastables con los resultados presentados en la presente investigación, en tanto se advirtieron diferencias en cuanto a sus procesos de aprendizaje y manejo de conocimientos frente a los contenidos relacionados con la matemática.

Así mismo, en otro estudio titulado "the effects of GeoGebra on mathematics achievement: enlightening coordinate geometry learning" por Saha, Mohd y Tarmizi (2010), en el que se encontraron diferencias significativas en el grupo intervenido con el GeoGebra en cuando al logro matemático cuyos resultados fueron de ($M=65.23$, $SD=19.202$), en relación con el grupo que siguió una clase tradicional, los cuales mostraron resultados en cuanto al logro matemático de ($M=54.7$, $SD=15.660$); [$t(51) = 2.259$, $p = .028 < .05$]. Así mismo, las diferencias se notaron para las variables que se tomaron como referencia para el estudio: High visual-spatial ability student (HV), low visual-spatial ability student (LV) y the spatial visualization ability test instrument (SVATI). Los resultados mostraron diferencias para estas variables entre el grupo tratado con el GeoGebra y el grupo control. Para el caso del grupo tratado con el GeoGebra se obtuvo un diferencia en relación a la variable asociada a low visual-spatial ability student (LV) con un resultado de ($M=64.07$, $SD=21.569$), en relación al grupo control, que obtuvo un resultado para la misma variable de: ($M=48.79$, $SD=15.106$); [$t(51) = 2.222$, $p = .036 < .05$]. Estos resultados resultan relevantes al coincidir con los resultados de la presente investigación en cuanto al impacto que genera el GeoGebra en los procesos de aprendizaje de la matemática.

Así mismo, en otra investigación realizada en Turquía en la que se hizo uso del GeoGebra en la enseñanza de conceptos matemáticos titulada "Matematigi geogebra ile öğretim için limit ve süreklilik konularının kavramsal anlaşılabilirliği ve etkisi: üstün zekalı ve yetenekli türk öğrencilerin öğrenimi", realizada por Corlu, Özel, y Lane (2015). Se buscó determinar el impacto que tiene la enseñanza de los conceptos matemáticos de límite y continuidad mediado por el GeoGebra. Dentro de los resultados se obtuvo, que el grupo intervenido mostró un nivel de 1.33 sobre la media general en la comprensión de los conceptos matemáticos en relación al grupo control, que siguió la clase sin la intervención del GeoGebra, lo que reitera que la mediación a través del GeoGebra resulta beneficiosa para la comprensión de los términos y conceptualización de términos y concepto matemáticos.

Resultados similares encontró el investigador Funkhouser (2014) al indagar por "the effects of computer augmented on student performance and attitudes", la investigación demostró, que la mediación en la instrucción geométrica tiende a mejorar cuando existe la presencia de una mediación virtual. Los resultados evidenciaron que los estudiantes que recibieron las clases de geometría a través de un medio tecnológico, mostraron un dominio mayor en su comprensión sobre conceptos relacionados con la geometría, que aquellos que siguieron una instrucción tradicional para la adquisición de los mismos conceptos. Sin embargo de manera general, los valores obtenidos en el estudio son muy bajos, por lo que no sería posible generar una conclusión acerca del éxito de la mediación tecnológica en relación a la mediación tradicional para la adquisición y comprensión de determinados conceptos relacionados con la geometría. Si bien los resultados obtenidos no se derivan del uso del GeoGebra directamente, coinciden con los resultados de la investigación que acá se presenta, en mostrar la influencia que una plataforma tecnológica tiene en el aprendizaje de conceptos relacionados con la matemática y la geometría.

Así mismo, Diković (2009), investigó las aplicaciones del GeoGebra en la enseñanza de algunos tópicos en matemática "Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level". La investigación mostró diferencias estadísticamente significativas en los resultados obtenidos en la aplicación de talleres de temáticas relaciones con cálculo antes y después de la implementación del GeoGebra. El valor antes de la mediación con el Geogebra fue de ($M = 22.95$), y después de la mediación con el GeoGebra fue de ($M = 51.64$). En consecuencia, el valor diferencial se podría plantear como sigue: $t(30) = -8.59$, $p < .02$. Estos resultados vuelven a corroborar el impacto que el GeoGebra tiene en la aprehensión de contenidos matemáticos en este caso, del cálculo.

Así mismo los resultados obtenidos en el reporte que acá se relaciona, son comparables con los resultados de la

investigación realizada por Hutkemri y Zakaria (2012) titulada The Effect of GeoGebra on Student's Conceptual and Procedural Knowledge of Function. La investigación llevada a cabo en Indonesia buscó, hallar diferencias en el conocimiento de procesos y de conceptualización asociados a las matemáticas en hombres y mujeres. Los valores asociados a los resultados mostraron diferencias significativas entre el grupo experimental y el grupo control antes y después de la aplicación del GeoGebra. Para el caso del grupo experimental los valores fueron de 0.069, relativamente más bajo que el del grupo control con un valor de 0.070, para el caso de la diferencia entre género, la diferencia estuvo a favor de los hombres con un valor de 0.081 en relación a las mujeres que obtuvieron un valor de 0.079.

No obstante, tras la implementación del GeoGebra, los valores tendieron a variar en relación a los dos grupos, pasando el grupo experimental de 0.069, a 0.076, en comparación con el grupo control, que pasó de 0.070 a 0.072, evidenciándose una diferencia incremental a favor del grupo que se intervino con el GeoGebra, así mismo, sucedió para el caso de la diferencia entre géneros, siendo el caso favorable para las mujeres que pasaron de 0.079 a 0.081 en comparación con los hombres cuyo valor se redujo del obtenido inicialmente pasando de 0.081 a 0.075.

En general y de acuerdo al comparativo realizado con otras investigaciones, se puede estimar que el uso del GeoGebra en el aprendizaje de contenidos matemáticos genera un efecto y una influencia significativa para la aprehensión y dominio básico de los mismos en relación a grupos que siguen aprendizajes soportados en una enseñanza tradicional, por lo que de acuerdo a lo expuesto a lo largo del presente artículo, se podría plantear que el uso asertivo del GeoGebra representa una oportunidad fundamental para intervenir poblaciones que presentan problemas asociados a la comprensión, rendimiento y manejo de conceptos y procedimientos matemáticos aplicados.

4. Conclusiones

De acuerdo a los resultados expuestos en el presente artículo, así como al contraste de los mismos con otros estudios que indagaron sobre el uso, efecto e influencia del software GeoGebra como aplicativo de mediación para el aprendizaje de contenidos matemáticos relativos al álgebra y cálculo, se pudo notar una diferencia significativa en relación a los casos en los que se hizo uso del mismo en relación de comparación con grupos que siguieron un aprendizaje convencional. En consecuencia, el GeoGebra resulta en una herramienta potente para generar logros en el rendimiento académico asociado a la competencia de pensamiento matemático, dado la influencia que este software genera en los mecanismos de aprendizaje, apropiación y manejo práctico de conceptos matemáticos.

En consecuencia y como conclusión final, se puede plantear que de ser implementado en GeoGebra en el aula no de manera experimental, sino como parte de la dinámica de exposición y aprehensión de contenidos matemáticos, el rendimiento de los estudiantes puede verse afectado de manera positiva mejorando así, el desarrollo de su pensamiento matemático y el nivel de competencia de respuesta ante problemas asociados al cálculo y el álgebra.

Referencias bibliográficas

- Caicedo, L. H. (2012). Neuro-aprendizaje. Una propuesta educativa. Ediciones de la U. Bogotá-Colombia.
- Cinar, O. Bekats, C, Aslan, I. (2011). A motivation study in the effectiveness of intrinsic and extrinsic factors. *Ekonomika ir Adyba*. [En línea] disponible en https://www.academia.edu/10405872/a_motivation_study_on_the_effectiveness_of_intrinsic_and_extrinsic_factors
- Corlu, S.M, Özel, S, Lane, F. J. (2015). The impact of teaching mathematics with GeoGebra on the conceptual understanding of limits and continuity: the case of Turkish gifted and talented students. *İhsan Doğramacı Bilkent University*.
- Dikovic, L. 2009. Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematic at the college level. *ComSiS*, Vol. 6, Num. 2. Uzice-Serbia.
- Funkhouser, Ch. (2014). The effects of computer-augmented geometry instruction on student performance and attitudes. California State University, Fullerton.
- Gonzales-Pienda, J. A, Nuñez, P.J. C, Glez-Pumariega, S, García, G. M. S. (1997). Autoconcepto, autoestima y aprendizaje escolar. *Psicothema*, Vol. 9 N° 2. Pp. 271-289.
- Hutkemri, Zakaria, E. (2012). The effect of GeoGebra on students' conceptual and procedural knowledge of function. *Universiti Kebangsaan Malaysia, Bangi. Malaysia*.
- Johnson, L., and P. Rizzo: 2004, Politeness in Tutoring Dialogs: "Run the Factory, That's What I'd Do". *Seventh International Conference on Intelligent Tutoring Systems, Maceió, Brazil*, pp. 67-76.
- Kwan, E. L. (2013) effectiveness of using GeoGebra on Students' understanding in learning circles. *The Malaysian Online Journal of Educational Technology*. Vol 1, Issue 4.
- Pintrich, P. R. and De Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology* 82(1), pp. 33-40.
- Pintrich, P.R., Smith, D.A F., García, T. y McKeachie, W.J. (1993). Reliability and predictive validity of the motivational strategies for Educational and Psychological Measurement 53, pp. 801-813.
- Picard, R.: 1997, *Affective Computing*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Pozo, J. I. (1990). Estrategias de aprendizaje. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Compils.), *Desarrollo*

psicológico y educación, II. Psicología de la Educación. Madrid: Alianza.

Pozo, J. I. (1999). Más allá del cambio conceptual: el aprendizaje de la ciencia como cambio representacional. *Enseñanza de las ciencias*, 17 (3), pp 513-520.

Ruiz, C. (1996). Estilos y estrategias de aprendizaje. *Anales de la psicología*. 12 Vol 2. P. 121-122. Universidad de Murcia.

Saha, A. R, Mohd, F.A, Tarmizi, A. R. (2010). The effects of GeoGebra on mathematics achievement: enlightening coordinate geometry learning. *Procedia social and behavioral sciences*. Vol-8. Available online at www.sciencedirect.com

Shavelson, J. R, Bolus, R. (1981). Self-Concept: the interplay of theory and methods. [En línea]. Disponible en: <https://www.rand.org/content/dam/rand/pubs/papers/2009/P6607.pdf>

Shavelson, J. R, Hubner, J. Stanton, J. (1976). Self concept: validation of construct interpretation. *Review of educational research*, Vol 46. N° 3. Pp. 407-441.

Tatar, E. (2013). The effect of dynamic software on prospective mathematics teachers, perception regarding information and communication technology. Turkey.

Valle, A. A, Barca, L. A, Gonzales-Cabanach, R y Núñez, P. J. C. (1999). Las estrategias de aprendizaje revisión teórica y conceptual. *Revista latino americana de psicología*, Vol 1, Num. 3, pp. 425-461. Fundación Konrad Lorenz. Bogotá-Colombia.

Weiner, B. (1990). History of motivational research in education. *Journal o educational psychology*. Vol. 82, N° 4. Pp. 616-622

Zakaria, E. (2014). Students' conceptual and procedural knowledge of limit function. *Mediterranean journal of social science*. Vol 5. N° 25. Malasya.

Zimmerman, B.J. 2000. Self-Efficacy: An essential motive to learn. *Comtemporary Educational Psychology*. Vol 25. Pp. 82-91. Recuperado de:

https://www.researchgate.net/profile/Barry_Zimmerman/publication/222529322_Self-Efficacy_An_Essential_Motive_to_Learn/links/00b49523cb10ed47c2000000.pdf

Zulnidi, H, Zakaria, E. (2012). The effect of using GeoGebra on conceptual and procedural knowledge of high school mathematics students. *Asian social science*, Vol 8,. N° 11.

1. Docente investigador en Enseñanza de las Matemáticas con 10 años de experiencia en los niveles de pregrado y posgrado. Unidad académica de formación en ciencias naturales y matemáticas. Universidad Católica de Manizales. Magíster en matemática aplicada, Matemático. Correo electrónico fagallego@ucm.edu.co

2. Docente investigador de programas de posgrado en educación, con 11 años de experiencia. Maestría en Educación. Universidad Católica de Manizales. Magíster en educación, Filósofo analítico. Correo electrónico egranados@ucm.edu.co

3. Docente investigador en Enseñanza de las Matemáticas con 25 años de experiencia en los niveles de básica primaria, secundaria y pregrado; directivo docente y rector de institución educativa oficial hace siete años. Unidad académica de formación en ciencias naturales y matemáticas. Universidad Católica de Manizales. Candidato a magíster en enseñanza de la matemática, licenciado en educación matemática. Correo electrónico osanchez@ucm.edu.co

4. El GeoGebra es un software de código abierto gratuito diseñado por Markus Hohenwarter en el 2001 como fruto de su tesis de maestría en la Universidad de Salzburgo, Austria. Dicho El software GeoGebra, es una combinatoria de cálculo simbólico y geometría dinámica en una interface sencilla para un docente entrenado en matemática. Si bien su uso en Colombia de acuerdo a la literatura disponible es reducido, su implementación por parte de algunas facultades de ingeniería en cabeza de algunos profesores, ha resultado valioso para llevar a los estudiantes hacia una motivación e interés centrado en los ejercicios matemáticos que requieren cierto grado de complejidad y dominio, siendo esta la razón, por la cual se privilegió su uso en la presente investigación.

5. Título en ingles: The impact of teaching mathematics with geogebra on the conceptual understanding of limits and continuity: the case of turkish gifted and talented students.

Revista ESPACIOS. ISSN 0798 1015
Vol. 39 (N° 17) Año 2018

[Índice]

[En caso de encontrar algún error en este website favor enviar email a webmaster]

©2018. revistaESPACIOS.com • Derechos Reservados